

Artigo Original

recebido: 07/05/1999 e aceito em 22/03/2000

**Refinamento da segmentação
do ventrículo cardíaco esquerdo
em imagens de ressonância
magnética baseado em
*simulated annealing***

*Left cardiac ventricle refinement
of magnetic resonance images based
on simulated annealing*

G.E.J. Garrido

Divisão de Informática - Instituto do Coração
Av. Dr. Enéas de Carvalho Aguiar, 44,
05403-000, São Paulo, SP, Brasil
e-mail: griselda@hcnet.usp.br

S.S. Furuie

Divisão de Informática - Instituto do Coração
Av. Dr. Enéas de Carvalho Aguiar, 44
05403-000, São Paulo, SP, Brasil
e-mail: furuie@incor.usp.br

A.C. Frery

Centro de Informática, UFPE
CP 7851, 50732-970, Recife, PE, Brasil
e-mail: frery@di.ufpe.br

Resumo

Neste trabalho apresentamos uma metodologia para o refinamento de segmentações 2D de imagens de ressonância magnética. Os algoritmos implementados partem de uma segmentação inicial e, através de inclusões e exclusões de *pixels* na borda da segmentação ativa, obtêm a segmentação desejada. A cada passo dos algoritmos, duas segmentações estão disponíveis: uma segmentação atual e uma candidata. A escolha de uma delas é feita de acordo com critérios determinísticos (refinamento por técnica híbrida) ou estocásticos (refinamento utilizando *simulated annealing*), mediante a minimização de uma função de energia. Esta função é composta por termos que medem o contraste na borda, a variância da intensidade do sinal e a forma. A metodologia foi avaliada sobre *phantoms* numéricos e aplicada com sucesso em imagens de ressonância magnética. Esta metodologia pode ser facilmente estendida para outras modalidades de imagens.

Palavras chave: segmentação, refinamento, *phantom*, *simulated annealing*, ressonância magnética, ventrículo cardíaco esquerdo.

Abstract

In this work we present a methodology for the refinement of segmentations of 2D magnetic resonance images. The algorithm proposed here begins with an initial segmentation and, through the addition and exclusion of pixels in the contour of the actual segmentation, the desired segmentation is obtained. At each step, two segmentations are available, the current and a candidate one. One of these two is selected according to deterministic (hybrid technique refinement) or stochastic (refinement by simulated annealing) minimization of an energy function. This function is composed of terms that account for the contrast in the contour, for the variance of the signal and for the shape of the segmented object. The methodology was evaluated over numeric phantoms and applied to real resonance magnetic images with success. This proposal can be easily extended to other kinds of image modalities.

Keywords: segmentation, refinement, phantom, simulated annealing, magnetic resonance, left cardiac ventricle.

Extended Abstract

Introduction

Good segmentation techniques should be capable of manipulating N -dimensional structures, should have small dependence on image modalities and should incorporate a priori information of the object under study. The latter is the field of major contribution of the present work: a methodology for the refinement of segmentations of 2D magnetic resonance images, easily extensible to 3D and other image modalities. The proposal begins with an initial segmentation and obtains successive derived segmentations by contour modification. The final segmentation is achieved through deterministic or stochastic optimization of an energy function. The methodology was evaluated over numeric phantoms and applied to magnetic resonance images with success.

Material and Methods

The two algorithms of segmentation refinement presented here begin with an initial segmentation and, through the addition and exclusion of stochastically selected pixels, they adjust the contour generating a candidate segmentation.

The quality of the segmentations is evaluated through an energy function composed of terms that measure the shape of the segmentation, the signal variance and the edge contrast. Each energy term takes values between 0 and 1, avoiding the dominion of a term over the others due to different scales.

Traditional methods of segmentation are based upon the assumption that different classes of tissues exhibit different values of intensity in the images. As the magnetic field is not homogeneous, the same tissue can present variations of intensity depending on the location in the image. The use of intensity values solely is not enough, and the use of prior knowledge becomes necessary (in our problem, the left ventricle roundness in 2D images) to guide the process of segmentation. The signal variance measures the scattering of the data relative to a mean obtained from a sample supplied by the user. Edge contrast measures the difference between the object of interest and the background, over a line normal to the contour, where pixels contribute with weights inverse to their distance to the edge.

At each step of the algorithm two segmentations are available, an actual and a candidate one. The search for segmentations of minimum energy is based on deterministic (Figure 3) or stochastic (Figure 4) criteria, attained by a hybrid refinement technique and a refinement by simulated annealing respectively. In the first case the segmentation with the lowest energy is accepted, whereas in the second case the acceptance and convergence process are guided by the simulated annealing technique.

Results

Magnetic resonance images (MRI) were simulated using a numerical phantom consisting of a centered circle with 50 pixels of diameter and mean intensity of 140 over a background of intensity equal to 100 (Figure 8(a)). This phantom was projected considering the typical MRI partial volume effect, where the mean intensity of two adjacent tissues is the intensity of bordering pixels. Gaussian additive noise with zero mean and various levels of standard deviation s was applied to the described image (Figure 8(b-f)). The resulting signal to noise ratio for each image was $(140 - 100) / s$.

The performance of the algorithms was evaluated through two points of view. In the first, convergences based on signal variance, shape and both terms were tested (Figures 6 and 7). The second approach compared the presented algorithms with other segmentation techniques (Figure 9, Tables 1-3). Finally, the refinement algorithms and the segmentation techniques considered were applied to real magnetic resonance images (Figure 10).

Discussion

Convergences based on signal variance, shape and on both terms, were evaluated using different kinds of initial segmentations (Figure 6). The best refined segmentations were achieved in all cases (Figure 7).

Some alternative procedures (optimal thresholding and balloon expansion techniques, incorporating filtering and the maximum quantity of connected pixels) were compared to the refinement algorithms (Tables 1-3). Although for the phantoms considered, the optimal thresholding with maximum quantity of connected pixels technique showed the best results, it was also shown that the smallest energies correspond to the refinement algorithm using simulated annealing. As the best energy values do not correspond to the thresholding technique, it implies that the energy function can be ameliorated to better reflect the figure of merit. If phantoms with stronger a priori restrictions were used, the refinement algorithms would probably cope better than the threshold technique with the lack of information.

A clear disadvantage of the refinement algorithms over deterministic techniques is the time required (Tables 2 and 4), making its use prohibitive unless approximate initial segmentations are provided.

Conclusion

Other variations of the energy function can be explored, exploiting signal differences as well as a priori information. More realistic phantoms, simulating the different kinds of artifacts usually encountered, could also be used.

Introdução

Doenças em órgãos complexos como o coração requerem o uso de ferramentas de análise adequadas que forneçam medidas confiáveis para o diagnóstico, a terapia e o acompanhamento do paciente. A segmentação de imagens é um passo fundamental em muitas técnicas e aplicações de processamento de imagens, tais como quantificação e análise de estruturas dinâmicas. Várias abordagens têm sido desenvolvidas com bons resultados, porém direcionadas a tipos específicos de imagens e estruturas (Shen e Rangayyan, 1997; Udupa e Samarasekera, 1995; Chakraborty *et al.*, 1996). Diversos métodos automáticos e semi-automáticos de classificação têm sido propostos na literatura com sucesso limitado (Shen e Rangayyan, 1997; Chalana e Kim, 1997; Park *et al.*, 1996). Contudo, a segmentação na prática clínica, na grande maioria dos casos, ainda é realizada manualmente ou semi-automaticamente pelo usuário.

Segmentações precisas são necessárias em muitas tarefas críticas, tais como acompanhamento da evolução de tumores e na avaliação objetiva de outros algoritmos de classificação (Chalana e Kim, 1997). Bons métodos de segmentação devem ser capazes de manipular estruturas N-dimensionais, ser pouco dependentes das modalidades de imagens e incorporar informação a priori sobre o objeto de interesse.

Este trabalho apresenta uma metodologia para o refinamento de uma segmentação 2D, porém com fácil extensão para 3D. Os algoritmos de refinamento da segmentação nas bordas aqui apresentados, partem de uma segmentação inicial, aproximada ou não e, através da adição e eliminação de *pixels*, escolhidos aleatoriamente e com igual probabilidade no contorno da segmentação, realizam o ajuste local do contorno. A qualidade da segmentação é medida através de uma função de energia composta por termos que medem o contraste nas bordas, a variância do sinal e a forma da segmentação. Por estarem normalizados, estes termos cooperam entre si com pesos aproximadamente iguais. A cada estágio dos algoritmos, duas segmentações estão disponíveis, uma atual e outra candidata. A segmentação candidata é resultante da adição ou eliminação de *pixels* na segmentação atual. A escolha entre as duas é realizada por critérios determinísticos (refinamento nas bordas por técnica híbrida) ou estocásticos (refinamento nas bordas por *simulated annealing*).

A seção de Material e Método descreve os algoritmos de refinamento nas bordas, com ênfase na função de energia que deverá ser minimizada de forma a

direcionar o processo de segmentação. A avaliação dos resultados foi realizada em duas etapas. Na primeira, foi analisada a convergência dos termos de forma e de variância do sinal da função de energia. Na segunda etapa, foram obtidas medidas quantitativas do desempenho dos algoritmos de refinamento e outros algoritmos de segmentação. As conclusões e uma análise sobre os pontos fortes e as deficiências dos algoritmos são apresentadas por último.

Material e Método

Algoritmos de refinamento nas bordas

A seguinte notação será utilizada para a descrição da cadeia de Markov de segmentações geradas pelos algoritmos de refinamento nas bordas:

I imagem de tamanho $m_1 \times m_2$

v_i intensidade do *pixel* i na imagem I

$S^{(r)}$ segmentação real, ou seja, a segmentação procurada;

$S^{(0)}$ segmentação inicial;

$S^{(k)}$ segmentação candidata da k -ésima iteração para $k=1, \dots, n$, onde n corresponde ao total de iterações realizadas pelo algoritmo para alcançar a segmentação desejada;

$S^{(a)}$ segmentação atual, ou seja, a última segmentação $S^{(r)}$ aceita;

$C^{(0)}, C^{(k)}, C^{(a)}$ contornos de $S^{(0)}, S^{(k)}$ e $S^{(a)}$, formados pelos *pixels* de conectividade 4;

$\hat{\mu}$ e $\hat{\beta}$ médias do atributo intensidade correspondente ao objeto e ao fundo do objeto, respectivamente, extraídas a partir de amostras fornecidas pelo usuário;

$card(S)$ número de elementos da segmentação S .

Dada uma segmentação inicial ou pré-segmentação $S^{(0)}$ de um objeto $S^{(r)}$ dentro de uma imagem I , esta segmentação provavelmente poderá ser refinada, de maneira a fornecer uma descrição mais precisa do objeto, ou seja, deseja-se uma melhor aproximação de $S^{(r)}$ a partir de $S^{(0)}$.

Os algoritmos de refinamento nas bordas aqui apresentados (Garrido *et al.*, 1998) partem de uma segmentação inicial $S^{(0)}$, aproximada ou não, e geram segmentações sucessivas $S^{(k)}$. Na k -ésima iteração, a escolha entre a segmentação atual $S^{(a)}$ e a segmentação candidata $S^{(k)}$ é realizada através da minimização de uma função de energia, formada pela contribuição dos valores normalizados (idealmente entre 0 e 1) da forma, da variância do sinal e do contraste na borda da segmentação. Esta minimização pode ser determinística (algoritmo de refinamento por técnica híbrida)

ou estocástica (algoritmo de refinamento utilizando *simulated annealing*). A escolha entre os dois algoritmos implica em um compromisso entre o tempo e a qualidade da segmentação.

Os algoritmos foram desenvolvidos e executados numa estação de trabalho SUN Ultra SPARC 1/140, mediante a utilização de funções pré-definidas e pela escrita de código fonte nos sistemas 3Dviewnix (Udupa *et al.*, 1993) e Khoros (www.khoros.com).

Função de energia

Na k -ésima iteração, a energia da segmentação $S^{(k)}$ é formada pela soma da variância do sinal $vs(S^{(k)})$, a forma $f(S^{(k)})$ e o contraste $c(S^{(k)})$ da segmentação em consideração:

$$E(S^{(k)}) = vs(S^{(k)}) + f(S^{(k)}) + c(S^{(k)}) \quad (1)$$

Para que a execução do algoritmo seja bem sucedida, é necessário que $S^{(r)} \cap S^{(0)} \neq \emptyset$; uma situação em que esta condição é satisfeita acontece quando $S^{(0)}$ é uma aproximação de $S^{(r)}$.

Variância do sinal – Esta métrica mede a dispersão dos *pixels* $i \in S^{(k)}$ com relação à média amostral $\hat{\mu}$; portanto, esta medida explica a fidelidade dos dados de $S^{(k)}$ em relação a $S^{(r)}$.

$$vs(S^{(k)}) = w_i \frac{1}{card(S^{(k)})} \sum_{i \in S^{(k)}} (v_i - \hat{\mu})^2 \quad (2)$$

onde w_i é o peso que normaliza a contribuição da variância do sinal.

Numa situação ideal, sem ruído, o valor mínimo para $vs(S^{(k)})$, que é zero, será alcançado quando $v_i = \hat{\mu}$, $\forall i \in S^{(k)}$. O valor máximo será alcançado quando os *pixels* i não pertencerem a $S^{(r)}$. Neste caso, pode-se aproximar o valor de v_i pela média do fundo do objeto $\hat{\beta}$. Assim, o valor de w_i correspondente será:

$$w_i = \frac{1}{vs(S^{(k)})} = \frac{card(S^{(k)})}{\sum_{i \in S^{(k)}} (v_i - \hat{\mu})^2} = \frac{card(S^{(k)})}{\sum_{i \in S^{(k)}} (\hat{\beta} - \hat{\mu})^2} = \frac{1}{(\hat{\beta} - \hat{\mu})^2} \quad (3)$$

Se um *pixel* $i \notin S^{(r)}$ for considerado para inserção, $vs(S^{(k)})$ aumentará, tendendo-se, portanto, a rejeitar a incorporação. Se um *pixel* $i \in S^{(r)}$ for considerado para inserção, $vs(S^{(k)})$ diminuirá, tendendo-se, portanto, a aceitar a incorporação. O mesmo raciocínio é válido para a eliminação.

Forma – Os métodos tradicionais de segmentação que utilizam a intensidade da imagem, se baseiam no fato de que classes diferentes de tecidos tenham valores

de intensidade diferenciados. No caso de imagens de ressonância magnética (RM), devido ao campo magnético não ser homogêneo, existe uma variação na intensidade do sinal para uma mesma classe de tecido, Dependendo de sua localização espacial. Por este motivo, a utilização de valores de intensidade não é suficiente e torna-se necessário incluir informação a priori para direcionar a segmentação.

De maneira a garantir a similaridade com um padrão determinado, no caso com relação a uma segmentação inicial aproximada $S^{(0)}$, propõe-se uma definição de forma que seja invariante à translação. Esta definição baseia-se na disparidade da distância de $S^{(k)}$ com relação a $S^{(0)}$.

$$f(S^{(k)}) = (1 + \max\{0, disp(S^{(k)}) - tdisp\}) / \mu_d \quad (4)$$

onde, $\mu_d = (card(C^{(k)}))^{-1} \sum_{i \in C^{(k)}} d_i$ e d_i é a menor distância Euclidiana, do *pixel* i ao contorno $C^{(0)}$ centrado em relação a $C^{(k)}$.

A divisão por μ_d , a média de todas as distâncias, faz com que a segmentação tenda a crescer;

$disp(S^{(k)}) = dist_{max} - dist_{min}$, $dist_{max} = \max\{d_i, i \in C^{(k)}\}$. Do ponto de vista da implementação, o cálculo envolvido não demanda muito processamento, pois dado um contorno $C^{(0)}$ de uma segmentação $S^{(0)}$, pode-se obter o valor d_i para todos os *pixels* do domínio e armazenar o mapa de distâncias resultante (Furuie *et al.*, 1996). Assim, não é necessário calcular os valores de d_i para cada iteração k do algoritmo. O centro de gravidade (CG) de $S^{(0)}$ é transladado de maneira a coincidir com o CG de $S^{(k)}$, para que a medida não seja dependente da posição, mas somente do formato.

A Figura 1(a) mostra uma segmentação $S^{(0)}$ aproximadamente elíptica, dentro do círculo em destaque, junto com as distâncias $dist_{max}$ e $dist_{min}$. A Figura 1(b) mostra o mapa de distâncias, onde o tom mais claro corresponde a maior distância em relação a $C^{(0)}$; $tdisp$ refere-se à distorção ou tolerância máxima para a disparidade $disp(S^{(k)})$, de maneira que o valor $f(S^{(k)})$ não aumente. Quanto menor for o valor de $tdisp$, mais parecido precisará ser a segmentação $S^{(k)}$ com o padrão $S^{(0)}$, para que a energia seja baixa e vice-versa.

No caso dos *phantoms* numéricos, criados para a avaliação e apresentados na seção de Resultados, o objeto de interesse é circular, enquanto que as segmentações iniciais utilizadas são aproximadamente circulares. Assim, para que a segmentação procurada não diferisse muito do padrão, foi utilizado o valor $tdisp=2$ na implementação dos algoritmos de refinamento.

Contraste nas bordas – É uma adaptação do contraste de Rangayyan e Elkadiki (1995) e é uma média normalizada dos contrastes sobre a normal a cada *pixel* i do contorno $C^{(k)}$.

$$c(S^{(k)}) = \min \left\{ 1, \max \left\{ 0, 1 - w_c \cdot \sum_{i \in C^{(k)}} \sum_{r=1,n} \frac{(v_{i-r-1} - v_{i+r})^2}{r+1} \right\} \right\} \quad (5)$$

A Figura 2 ilustra o conceito do contraste numa janela de tamanho $2n$. Os *pixels* $i-r-1 \in S^{(k)}$ e os *pixels* $i+r \notin S^{(k)}$, $r=1, n$.

O valor máximo para $c(S^{(k)})$ poderá ser atingido quando todos os *pixels* $i-r-1$ e $i+r$, $\forall i \in C^{(k)}$, $r=0, \dots, n$ estiverem totalmente dentro ou totalmente fora de $S^{(r)}$. O valor mínimo para $c(S^{(k)})$ será atingido quando os *pixels* $i-r-1 \in S^{(r)}$ e os *pixels* $i+r \notin S^{(r)}$. Portanto, pode-se aproximar os valores de atributo de intensidade v_{i-r-1} e v_{i+r} pelas médias do atributo intensidade do objeto $\hat{\mu}$ e do fundo do objeto $\hat{\beta}$, respectivamente. Assim, o valor de w_c que normaliza o contraste é:

$$w_c = \left(\frac{(\hat{\mu} - \hat{\beta})^2}{\text{card}(C^{(k)})} \cdot \sum_{k=0,n} \frac{1}{k+1} \right)^{-1} \quad (6)$$

Na formulação original de Rangayyan *et al.* (1995), o *pixel* i é considerado como fronteira e não faz parte do cálculo. Para o problema aqui abordado, é mais interessante considerar que a fronteira da borda esteja situada entre os *pixels* i e $i+1$, conforme implementado na Equação (5).

A medida do contraste nas bordas é uma medida mais refinada do que métricas como a média e o gradiente, pois vários *pixels* na normal à borda participam do cálculo, com peso tanto maior quanto mais perto estão da borda. Esta medida é útil quando a janela, que foi implementada com tamanho $n=5$, intercepta o contorno da segmentação real $S^{(r)}$. Quando a janela encontra-se totalmente fora ou totalmente dentro do objeto, o contraste na borda não fornece informação útil. Por este motivo, a medida de contraste é válida quando $S^{(a)}$ é aproximada de $S^{(r)}$, ou seja, quando os algoritmos estiverem na fase de convergência. Nesta implementação, estabeleceu-se que isto acontece quando o número de tentativas de trocar $S^{(a)}$ for maior que $1 \cdot \text{card}(C^{(a)})$, indicando que cada voxel do contorno atual foi visitado em média uma vez e não houve mudança.

Algoritmo de refinamento nas bordas por técnica híbrida

A técnica de refinamento nas bordas por técnica híbrida (Figura 3) parte de uma segmentação inicial

$S^{(0)}$, que é utilizada como segmentação atual $S^{(a)}$, no início do algoritmo. A cada passo é obtida uma segmentação $S^{(k)}$ pertencente ao conjunto $V(S^{(a)})$, que é definido como o conjunto de todas as segmentações que podem ser obtidas a partir de $S^{(a)}$, mediante a eliminação (com probabilidade 0,5) de um *pixel* do contorno, ou da adição (com probabilidade 0,5) de um *pixel* da vizinhança 8 (2D), que ainda não pertença

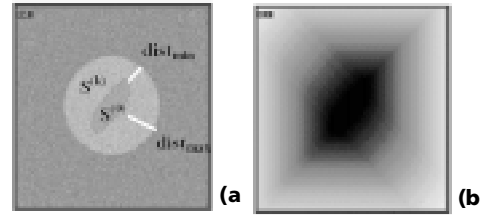


Figura 1: a) Imagem de um phantom com uma segmentação inicial $S^{(0)}$ aproximadamente elíptica; **b)** Mapa de distâncias em relação ao contorno $C^{(0)}$. **Figure 1: a)** Phantom image with nearly elliptical initial segmentation $S^{(0)}$; **b)** Map of distances relative to contour $C^{(0)}$.



Figura 2: Janela para cálculo do contraste num *pixel* i . **Figure 2:** Window used in the calculation of contrast on *pixel* i .

```

S(a) ← S(0);
tentativas ← 0;
k ← 1;      (iteração em S)
repita até tentativas ≥ m · card(C(a))
    gere S(k) ∈ V(S(a))
    if (E(S(k)) ≤ E(S(a)))
        S(a) ← S(k);
        tentativas ← 0;
    else
        tentativas ← tentativas + 1;
        k ← k + 1;
retorna(S(a))
    
```

Figura 3: Pseudo código do refinamento nas bordas por técnica híbrida. **Figure 3:** Pseudo code of refinement using hybrid technique.

a $S^{(a)}$. No caso de uma adição, o número p de *pixels* que poderiam ser adicionados é determinado, e um deles é escolhido aleatoriamente para adição com probabilidade $1/p$. No caso de se formar um buraco dentro do objeto segmentado, como consequência da adição, o mesmo é preenchido.

Se a energia de $S^{(k)}$ for menor ou igual à energia de $S^{(a)}$, $S^{(k)}$ é escolhida como segmentação atual. A aceitação, no caso da igualdade das energias, permite a geração do maior número possível de segmentações diferentes. O algoritmo alcança a convergência quando o número de tentativas sem transição de configuração excede o valor $m \cdot \text{card}(C^{(a)})$, indicando que cada *pixel* do contorno $C^{(a)}$ foi visitado, em média, m vezes, e não houve mudança. Na implementação utilizou-se $m=2$.

Algoritmo de refinamento nas bordas utilizando *simulated annealing*

Esta técnica é análoga à técnica anterior, diferindo no processo de aceitação e no controle de convergência, que são feitos de acordo com o método *simulated annealing* (Li, 1995). Esta técnica baseia-se nos seguintes fundamentos físicos: (1) um sólido é submetido a uma temperatura elevada; (2) o sistema é resfriado lentamente; (3) a cada estágio de temperatura, o sistema alcança o equilíbrio correspondente; (4) se o resfriamento for suficientemente lento, a estrutura resultante será perfeita (mínimo global), caso contrário, a estrutura resultante conterá defeitos (mínimo local).

Na Figura 4 pode-se observar que o algoritmo começa com uma segmentação inicial $S^{(0)}$ e gera segmentações sucessivas $S^{(k)}$, da mesma forma que a técnica híbrida. A temperatura inicial $T^{(0)}$ precisa ser suficientemente elevada para que, inicialmente, muitas das configurações geradas sejam aceitas mesmo quando exibindo energia superior à atual, permitindo a mudança de configuração do sistema. A temperatura final $T^{(f)}$ precisa ser suficientemente baixa para que a probabilidade de aceitação $e^{-\Delta E/T^{(f)}}$ seja muito baixa para configurações de energia superior à atual, de maneira a dificultar a aceitação de configurações distintas da ótima.

A utilização do número $\text{aleat}[0,1]$ permite ao sistema escapar de mínimos locais, através da aceitação de configurações com energia maior do que a atual; pois o mínimo global poderá ser alcançado a partir de alguma destas configurações. A taxa de redução da temperatura, $\text{redução}T$ guia o esfriamento do sistema e precisa ser escolhida cuidadosamente para que o sistema não evolua muito rapidamente, levando a um

```

 $S^{(a)} \leftarrow S^{(0)}$ ;
 $\{T^{(0)}, T^{(f)}, \text{redução}T\} \leftarrow$  "valores fornecidos pelo usuário"
 $k \leftarrow 1$ ;  $t \leftarrow 0$ ; (iteração em  $S$  e  $T$ )
repeita até  $T^{(t)} < T^{(f)}$ ;
    repeita até alcançar convergência em  $T^{(t)}$ 
        gere  $S^{(k)} \in V\{S^{(a)}\}$ 
         $\Delta E \leftarrow E\{S^{(a)}\} - E\{S^{(k)}\}$ 
        se  $\text{aleat}[0,1] < \min\{1, e^{-\Delta E/T^{(t)}}\}$ 
             $S^{(a)} \leftarrow S^{(k)}$ ;  $k \leftarrow k+1$ 
         $t \leftarrow t+1$ ;
     $T^{(t)} \leftarrow \text{redução}T \times T^{(t-1)}$ ;
retorna  $\{S^{(a)}\}$ 

```

Figura 4: Pseudo código do refinamento nas bordas utilizando *simulated annealing*. **Figure 4:** Pseudo code of edge refinement using *simulated annealing*.

mínimo local. O algoritmo termina quando a temperatura atual $T^{(t)}$ for menor que a temperatura final $T^{(f)}$.

Os valores iniciais de temperatura para a implementação do método *simulated annealing* são parâmetros dependentes do problema em consideração e resultam de uma heurística. Para cumprir os requisitos teóricos do método *simulated annealing*, é necessário que, inicialmente, $-\Delta E/T^{(t)}$ tenha valores muito próximos de zero, de modo que $e^{-\Delta E/T^{(t)}}$ assumam valores próximos de 1. No final do processo, $-\Delta E/T^{(t)}$ deve assumir valores que aproximem $e^{-\Delta E/T^{(t)}}$ de zero. Por esta razão, foi definida uma constante $\varepsilon=0,0001$, que é um valor próximo de zero. Na execução dos algoritmos implementados, verificou-se que o termo ΔE apresentou um valor médio da ordem de 10^{-3} . A partir destes valores, podem-se aproximar os valores iniciais e finais de temperatura:

$$\frac{-\Delta E}{T^{(0)}} = \varepsilon \Rightarrow T^{(0)} = \frac{-\Delta E}{\varepsilon} \quad (7)$$

$$e^{-\frac{\Delta E}{T^{(f)}}} = \varepsilon \Rightarrow T^{(f)} = \frac{-\Delta E}{\ln(\varepsilon)}$$

A taxa de redução da temperatura foi a utilizada por Kirkpatrick et al (1983), $\text{redução}T = 0,995$.

Resultados

Utilizando *phantoms* numéricos e imagens de RM, a obtenção de resultados foi dividida em duas partes. Na primeira, foi analisada a convergência, tanto de forma independente como conjunta, dos termos da função de energia, de forma e de variância do sinal. Na segunda, foram obtidos valores quantitativos do

desempenho dos algoritmos de refinamento e outras técnicas de segmentação.

Convergência dos algoritmos de refinamento nas bordas

Os testes de convergência foram realizados utilizando-se apenas os termos forma e variância do sinal da função de energia, pois o termo contraste é utilizado apenas quando os algoritmos já estão na fase de convergência. A avaliação foi realizada utilizando o algoritmo de refinamento nas bordas por técnica híbrida. Os resultados são extensíveis à técnica com *simulated annealing*, já consagrada na literatura, por validarem apenas o comportamento da função de energia.

Para a avaliação da convergência foram criados diversos *phantoms* numéricos. A imagem da Figura 5(a) corresponde à imagem original I , com intensidade de fundo $\hat{\beta} = 100$ e contém um círculo com diâmetro de 25 *pixels*, centrado, com intensidade média $\hat{\mu} = 200$. A Figura 5(b) corresponde a segmentação real $S^{(r)}$.

As segmentações iniciais foram geradas de acordo com as seguintes condições:

- (1) $S^{(0)} \subset S^{(r)}$ e $S^{(r)} \neq S^{(0)}$, mostrado na Figura 6(a);
- (2) $S^{(r)} \subset S^{(0)}$ e $S^{(0)} \neq S^{(r)}$ mostrado na Figura 6(b);
- (3) $S^{(0)} \not\subset S^{(r)}$ e $S^{(r)} \not\subset S^{(0)}$ e $S^{(0)} \neq S^{(r)}$ e $S^{(0)} \cap S^{(r)} \neq \emptyset$, mostrado na Figura 6(c).

As perturbações (adições/eliminações) foram realizadas no contorno da segmentação atual $S^{(a)}$, dentro das regiões de busca mostradas na Figura 6(d-f). Para a construção destas regiões, dilatações e erosões foram aplicadas às segmentações iniciais da Figura 6(a-c). A subtração das imagens erodidas das dilatadas forneceu as regiões de busca.

Os resultados da Figura 7(a-c) mostram um crescimento das segmentações iniciais, devido ao comportamento de expansão do termo forma na função de energia. No caso da Figura 7(b), o resultado é um círculo digital perfeito, pois o limite superior da região de busca na Figura 6(e) é também um círculo perfeito. No caso das Figuras 7(a) e 7(c), a segmentação resultante não é um círculo perfeito pois alguns *pixels*, fora do círculo perfeito, satisfizeram a restrição *tdisp* e também estavam nas regiões de busca correspondentes (Figuras 6(d) e 6(f)).

No caso de se utilizar apenas o termo correspondente à variância do sinal, o resultado é a segmentação interna mostrado na Figura 7 (d-f). Este resultado é correto, pois, qualquer segmentação dentro da segmentação real zera o valor da variância do sinal, minimizando assim a função de energia. No caso de

se utilizar conjuntamente a forma e a variância do sinal, o resultado observado na Figura 7 (g-i) é a própria segmentação $S^{(r)}$ (Figura 5(b)), conforme esperado.

Obtenção de medidas quantitativas dos algoritmos de segmentação

A avaliação de resultados foi feita sobre *phantoms* numéricos gerados com as dimensões e contrastes típicos encontrados em imagens de RM. Os *phantoms*

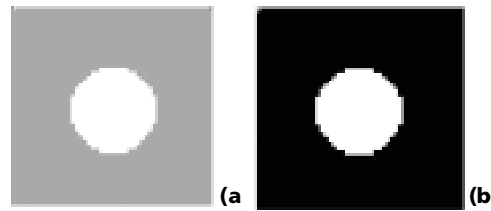


Figura 5: a) Imagem original; b) Segmentação real.

Figure 5: a) Original image; b) Real segmentation.

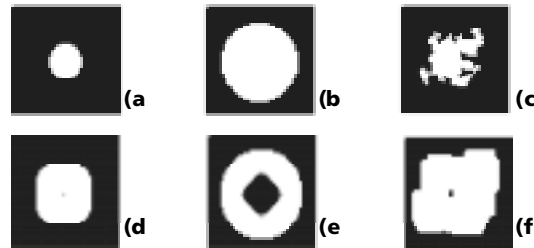


Figura 6: a-c) Segmentações iniciais; d-f) Regiões de busca. **Figure 6:** a-c) Initial segmentations; d-f) Search regions.

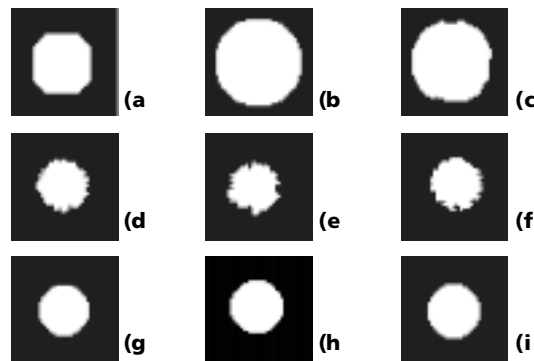


Figura 7: Resultados da segmentação utilizando forma (a-c), variância do sinal (d-f), forma e variância do sinal (g-i). **Figure 7:** Segmentation results using shape (a-c), signal variance (d-f), shape and signal variance (g-i).

foram projetados considerando-se o efeito de volume parcial nos *pixels* que estão na fronteira entre o objeto (círculo) e o fundo da imagem, típico em RM, em que um voxel na fronteira de dois tecidos (por exemplo, miocárdio e ventrículo esquerdo), tem intensidade equivalente à média das intensidades dos dois tecidos. A imagem sem ruído I (Figura 8(a)), de 100×100 *pixels*, com intensidade de fundo $\hat{\beta}=100$, contém um círculo com diâmetro de 50 *pixels*, centrado, com intensidade média $\hat{\mu}=140$. Diversos *phantoms* foram gerados aplicando ruído Gaussiano, aditivo, com média zero e desvio padrão S (Staub e Duncan, 1996) à imagem sem ruído, definindo a relação sinal-ruído do *phantom* como:

$$SNR = (\hat{\mu} - \hat{\beta}) / s \quad (8)$$

A Figura 8(a) mostra a imagem I sem ruído (*signal to noise ratio* ou SNR = infinito) e o histograma correspondente. As Figuras 8(b)-(f) mostram os *phantoms* utilizados nas avaliações e os histogramas respectivos para os diferentes níveis de ruído (SNR=10, 5, 4, 3, 2).

Para cada relação sinal ruído (SNR = 10, 5, 4, 3, 2), foram geradas aleatoriamente 10 imagens, compondo um total de 50 imagens utilizadas pelos algoritmos de refinamento.

Foram consideradas sete técnicas para a avaliação de resultados, que se encontram descritas nos parágrafos seguintes.

1) Limiarização ótima: como tanto o objeto quanto o fundo da imagem têm o mesmo valor de variância devido a maneira como os *phantoms* foram gerados, o limiar ótimo, segundo o critério do menor erro de classificação (Gonzalez e Woods, 1992), corresponde ao valor $(\hat{\mu} + \hat{\beta}) / 2$. A Figura 9(a) mostra o resultado para SNR=2.

2) Limiarização ótima de imagem filtrada (mediana 3x3): corresponde à técnica 1 aplicada aos *phantoms*

filtrados com a mediana 3x3 (Gonzalez e Woods, 1992). O filtro da mediana foi utilizado por dois motivos: (1) é um filtro não linear que possui a capacidade de reduzir o ruído preservando mais as bordas do que os filtros lineares, (2) para simular a situação de desconhecimento do tipo de ruído presente na imagem, caso em que a mediana é mais apropriada que o filtro da média. A Figura 9(b) mostra o resultado para SNR=2.

3) Limiarização ótima de imagem filtrada (mediana 3x3) com restrição de conectividade: corresponde à técnica 2 com a característica de que somente a estrutura com o maior número de *pixels* conectados é considerada. Esta técnica é utilizada por vários equipamentos comerciais por ser uma técnica rápida e de bom resultado. A Figura 9(c) mostra o resultado para SNR=2.

4) Expansão do balão (Furuie et al, 1996): a partir de um único voxel ou uma pequena região fornecida pelo usuário, voxels são adicionados de acordo com uma função de custo. O custo para incorporação de um voxel i é dado por $\text{custo}(i) = \max\{\alpha \times \text{grad}^2(i), \beta \times \text{textura}(i), \lambda \times \text{form}(i)\}$. Seus termos medem o gradiente no voxel, a variância do sinal numa vizinhança do voxel e a forma do objeto pela incorporação do voxel i , respectivamente. Como cada termo da função está normalizado através dos pesos α , β e λ , o algoritmo termina quando $\text{custo}(i) > 1$. A Figura 9(d) mostra o resultado para SNR=2.

5) Expansão do balão aplicada sobre imagem filtrada (mediana 3x3): esta técnica apenas considera a aplicação do filtro da mediana 3x3 antes de aplicar a técnica 4, visando diminuir o ruído presente na imagem. A Figura 9(e) mostra o resultado para SNR=2.

6) Refinamento nas bordas por técnica híbrida: conforme descrito, esta técnica minimiza deterministicamente uma função de energia que mede a forma, a variância do sinal e o contraste de uma segmentação.

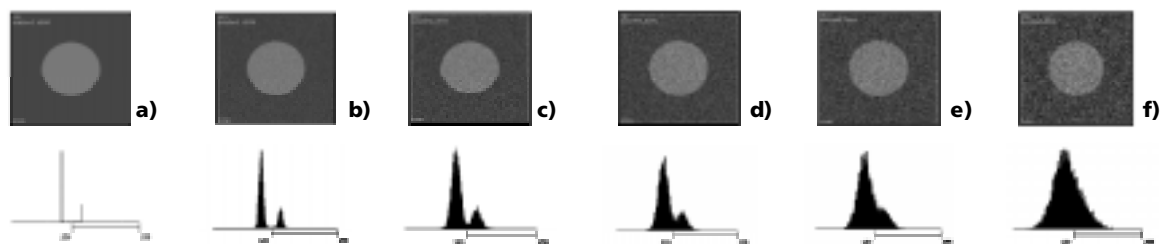


Figura 8: Imagens e histogramas correspondentes de: **a)** imagem sem ruído (SNR=infinito) com simulação do efeito de volume parcial; **b)** SNR=10; **c)** SNR=5; **d)** SNR=4; **e)** SNR=3; **f)** SNR=2. **Figure 8:** Images and related histograms of: **a)** noiseless image (SNR= infinite) with partial volume effect simulation; **b)** SNR=10; **c)** SNR=5; **d)** SNR=4; **e)** SNR=3; **f)** SNR=2.

A forma inclui informação a priori, enquanto os dois termos restantes extraem informação do atributo de intensidade do objeto. Através da minimização da função, o refinamento de uma pré-segmentação aproximada é realizada. A Figura 9(f) mostra o resultado para SNR=2.

7) Refinamento utilizando *simulated annealing*: o processo de refinamento da segmentação desta técnica é análogo ao da técnica 6, com a diferença de que a evolução do algoritmo e a escolha de segmentações sucessivas utiliza o método *simulated annealing* (Li, 1995). A Figura 9(g) mostra o resultado para SNR=2.

Neste trabalho assume-se que a segmentação obtida pela técnica 1 (limiar ótimo = 120) aplicado sobre a imagem sem ruído da Figura 8(a), é a segmentação real (Figura 9(h)). A medida de erro utilizada tem correspondência com a tarefa clínica da estimativa de área e volume de estruturas médicas e é calculada pelo percentual dos *pixels* classificados erroneamente (falsos positivos e negativos), em relação ao número correto de *pixels* de $S^{(r)}$:

$$\text{Erro} = \left(\text{card}(S^{(r)} \text{ XOR } \text{Obtida}) / \text{card}(S^{(r)}) \right) \times 100\%,$$

onde XOR operador matemático “ou exclusivo”. **Obtida:** segmentação obtida utilizando uma das técnicas descritas.



Figura 9: Resultado da segmentação para SNR=2 utilizando a) limiarização ótima; b) limiarização ótima de imagem filtrada (mediana 3x3); c) limiarização ótima de imagem filtrada (mediana 3x3) com restrição de conectividade; d) expansão do balão; e) expansão do balão sobre imagem filtrada (mediana 3x3); f) refinamento por técnica híbrida; g) refinamento por *simulated annealing*. h) segmentação real $S^{(r)}$. **Figure 9:** Result of the segmentation for SNR=2 using a) optimal thresholding; b) optimal thresholding over filtered image (3x3 median); c) optimal thresholding over filtered image (3x3 median) with restriction of connectivity; d) balloon expansion; e) balloon expansion over a filtered image (3x3 median); f) hybrid technique refinement; g) refinement using simulated annealing. h) real segmentation $S^{(r)}$.

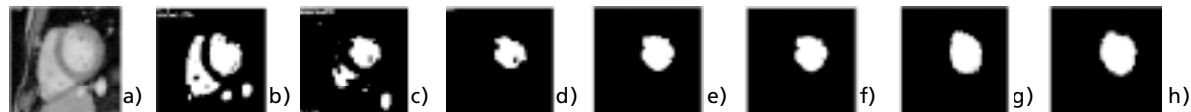


Figura 10: a) Imagem original de RM. Segmentações utilizando: b) limiarização ótima; c) limiarização ótima com mediana; d) limiarização ótima com mediana e conectividade; e) expansão do balão; f) expansão do balão com mediana; g) refinamento por técnica híbrida; h) refinamento utilizando *simulated annealing*. **Figure 10:** a) Magnetic resonance original image. Segmentations using b) optimal thresholding; c) optimal thresholding with median filter; d) optimal thresholding with median filter and connectivity; e) balloon expansion; f) balloon expansion with median filter; g) hybrid technique refinement; h) refinement using simulated annealing.

Resultados da segmentação utilizando imagens de ressonância magnética

As imagens de ressonância magnética do coração utilizadas neste trabalho correspondem a 12 volumes no tempo, cada um com 12 cortes axiais, com 103 *pixels* de largura e 101 *pixels* de altura. Imagens de RM podem apresentar um considerável número de estruturas ou artefatos que dificultam o reconhecimento do objeto de interesse, tais como músculos papilares, efeito de volume parcial e movimento do paciente. A Figura 10 mostra exemplos de segmentação de uma imagem de RM utilizando as técnicas apresentadas na avaliação da metodologia proposta.

Discussão

Os testes de convergência realizados mostram que a forma e a variância do sinal da função de energia convergem tanto individualmente como em conjunto, independentemente da segmentação inicial utilizada. A Tabela 1 apresenta as percentagens dos erros de segmentação para as diferentes técnicas consideradas. Nesta tabela, as entradas para as técnicas de refinamento são os valores médios dos erros e desvios padrão correspondentes, obtidos na segmentação de cada conjunto de 10 imagens, para cada valor de SNR. Observa-se que o desvio padrão é pequeno para as duas técnicas de refinamento (técnicas 6 e 7).

A técnica 1 (limiarização ótima) é muito sensível ao ruído, porém os resultados melhoram consideravelmente quando a imagem é pré-filtrada com a mediana (técnica 2), apresentando a percentagem de erro mais elevado para SNR=2.

A segmentação obtida pelo refinamento por *simulated annealing* (técnica 7) é mais precisa, como era esperado, do que a obtida pelo simples refinamento por técnica híbrida (técnica 6). Contudo, a diferença de erro entre as duas técnicas é muito pequena, o que é um ponto a favor da técnica 6, pois para um número de iterações em média 4 vezes menor (Tabela 4), os resultados são quase equivalentes. Uma justificativa provável para esta pequena diferença reside no fato de ter-se usado uma segmentação inicial aproximada, obtida através da técnica 4, expansão do balão e, portanto, a técnica 6 não ficaria presa em mínimos locais devido a sua natureza determinística. Testes realizados com segmentações iniciais não aproximadas mostraram uma diferença de erro maior e a favor da técnica 7.

As técnicas baseadas na minimização de custo e energia (técnicas 4-7) apresentaram pequenos erros de robustez a ruído até imagens com SNR=2 (Tabela 1). Ressalte-se que a segmentação real, que é o círculo da Figura 9(h) tem 1976 *pixels*. Assim, o erro de classificação de apenas uma camada de *pixels* (aproximadamente 220 *pixels* no contorno do objeto), corresponde a aproximadamente 11,13% de erro. Porém, a técnica 3 (limiarização ótima de imagem filtrada com mediana 3x3 e com restrição de conectividade) apresentou, em geral, os melhores resultados numéricos (baixos erros de classificação) para a figura de mérito em questão. Três explicações são cabíveis, a primeira com relação às definições das funções de custo e energia das técnicas 4-7, a segunda com relação ao tipo de *phantom* utilizado e a terceira com relação ao uso da mediana.

No primeiro caso, é possível que as funções de custo e energia utilizadas nas técnicas expansão de balão e refinamento, respectivamente, ainda não refletem adequadamente a métrica que define a figura de mérito. Contudo, as energias finais (Equação 1) do refinamento baseado em *simulated annealing* na Tabela 3, são menores (indicando uma segmentação melhor) do que na técnica 3 (limiarização ótima com filtro da mediana e conectividade). Estas energias finais são também menores do que as energias da segmentação ideal para SNR = 10, 5, 4 e 3, com exceção apenas para SNR=2. Estas observações reforçam a conclusão de que a função de energia da Equação 1 pode ainda ser melhorada. Uma opção possível seria a incorporação de uma métrica como o gradiente.

A segunda explicação reside no fato de que a segmentação procurada corresponde a um círculo perfeito (discreto) e as imagens utilizadas para fazer a segmentação não apresentam nenhuma falha ou descontinuidade que o conhecimento a priori possa resolver. Se assim fosse, a técnica 3 teria um desempenho inferior ao das técnicas de refinamento que incorporam informação a priori.

A terceira explicação encontra-se no fato de que o filtro da mediana tem a característica de preservar bordas e as imagens utilizadas pelos algoritmos de refinamento não foram filtradas com o filtro mencionado.

Na Tabela 1 observa-se uma quebra de monotonicidade nas entradas das técnicas 2 e 3 para SNR = 5 e 4, que se deve ao fato do ruído aplicado aos *phantoms* ser aleatório.

Devido à característica estocástica das técnicas de refinamento, muitas iterações precisam ser realizadas, sendo em maior número para a técnica que utiliza *simulated annealing*. Quando a segmentação inicial é aproximada, o número de iterações (Tabela 4) e o

Tabela 1: Erros de segmentação (%) das metodologias aplicadas a *phantoms* com diferentes níveis de ruído aditivo Gaussiano (o objeto, um círculo, tem 1976 *pixels*). **Table 1:** Segmentation errors (%) of the methodologies applied to *phantoms* with different levels of Gaussian additive noise (the object, a circle, has 1976 *pixels*).

TÉCNICA	SNR				
	10	5	4	3	2
1) Limiarização ótima	0,46	23,76	66,74	49,67	270,18
2) Limiarização com mediana	0,55	1,06	1,01	2,22	8,14
3) Limiarização, mediana e conectividade	0,55	1,06	1,01	2,02	3,79
4) Expansão do balão	0,96	3,39	5,61	5,97	10,3
5) Expansão do balão com mediana	4,14	3,89	5,01	6,27	7,2
6) Refinamento por técnica híbrida	3,03±0,43	3,17±0,36	3,27±0,41	3,53±0,61	5±0,60
7) Refinam. por <i>simulated annealing</i>	2,98±0,20	3,13±0,22	3,25±0,47	3,15±0,36	4,64±0,76

Tabela 2: Tempo de processamento em segundos para as técnicas limiarização, expansão de balão e refinamento nas bordas. **Table 2:** Processing time in seconds for the techniques thresholding, balloon expansion and edge refinement.

TÉCNICA	SNR				
	10	5	4	3	2
1) Limiarização ótima			< 1		
2) Limiarização com mediana			< 1		
3) Limiarização, mediana e conectividade			< 3		
4) Expansão do balão	2,09	2,12	3,18	3,17	3,16
5) Expansão do balão com mediana	2,06	3,14	3,06	3,15	3,09
6) Refinamento por técnica híbrida	903	1073	1078	1172	1091
7) Refinam. por <i>simulated annealing</i>	4035	3680	3992	4042	4145

Tabela 3: Energias das segmentações finais. **Table 3:** Energies of the final segmentations.

TÉCNICA	SNR				
	10	5	4	3	2
3) Limiarização, mediana e conectividade	0,20	0,19	0,13	0,21	1,27
Limiarização ótima da imagem sem ruído (Segmentação ideal, limiar = 120)	0,18	0,12	0,13	0,16	0,30
6) Refinamento por técnica híbrida	0,05	0,09	0,17	0,19	0,37
7) Refinam. por <i>simulated annealing</i>	0,05	0,09	0,12	0,09	0,33

Tabela 4: Número de iterações dos algoritmos de refinamento. **Table 4:** Number of iterations of the refinement algorithms.

TÉCNICA	SNR				
	10	5	4	3	2
6) Refinamento por técnica híbrida	3802	4312	4527	4841	4690
7) Refinam. por <i>simulated annealing</i>	16221	16567	16884	17257	18074

tempo de processamento (Tabela 2) necessários para alcançar a convergência, aumentam à medida que o ruído aumenta, porém não rapidamente. Embora não apresentados neste trabalho, testes realizados com segmentações iniciais não aproximadas mostraram que o número de iterações aumenta consideravelmente à medida que o ruído aumenta.

Conclusões

As técnicas de refinamento nas bordas evoluem através da adição e eliminação de *pixels*. Esta estratégia permite que, no caso de se escolher um caminho errado, o mesmo possa ser modificado. Diversas técnicas funcionam através da simples adição de *pixels* de acordo com limiares (técnicas 1-3) ou funções de custo (técnicas 4-5). No caso da expansão se propagar de forma inadequada, não existe possibilidade de correção, podendo o resultado ser um mínimo local.

Ao mesmo tempo que a evolução através de adições e eliminações permite o ajuste do contorno da segmentação, muitas iterações precisam ser realizadas devido aos componentes estocásticos dos algoritmos de refinamento nas bordas. No caso do refinamento nas bordas por técnica híbrida, a escolha entre a segmentação atual e a resultante da perturbação é realizada de forma determinística, o que poderia levar a um mínimo local. No caso do refinamento nas bordas utilizando *simulated annealing*, esta escolha é realizada de forma estocástica, o que levaria a um mínimo global, desde que as condições da técnica sejam satisfeitas. Como o cumprimento dessas condições deixaria o algoritmo excessivamente lento, na prática, as aproximações do mínimo global são alcançadas utilizando valores empíricos. A determinação destes valores implica na realização de inúmeras execuções e tempo de processamento elevado.

Em ambos algoritmos de refinamento, o número de perturbações consecutivas sem que uma nova imagem segmentada seja aceita, é definido pelo usuário e utilizado como critério de parada do algoritmo. Quanto mais elevado for este valor, melhor poderá ser o resultado, pois maior será o número de iterações realizado. Esta lentidão no processamento justifica sua utilização como uma metodologia para a segmentação precisa do ventrículo esquerdo cardíaco, porém não em tempo real. Segmentações precisas são fundamentais para comparações entre metodologias, através da avaliação objetiva de algoritmos de segmentação e quantificação em imagens médicas.

Técnicas que utilizam funções de energia compostas de vários termos regulam a participação de cada um deles através da definição de pesos de forma empírica. A utilização de pesos torna-se necessária devido a diferenças de escala ou unidades entre os termos da função de energia, de modo que nenhum deles predomine sobre os outros, direcionando o processo de segmentação. Neste trabalho foi proposto o ajuste automático (normalização) dos pesos da função de energia da Equação 1, levando em conta a variabilidade dos dados sem utilizar valores empíricos.

A simples utilização de medidas baseadas nos atributos de intensidade da imagem não é suficiente para obtenção de resultados satisfatórios, principalmente na presença de artefatos de imagem. Assim, neste trabalho, a incorporação de conhecimento a priori foi implementada pelo termo da função de energia que mede a morfologia da segmentação.

As métricas aqui propostas podem facilmente ser estendidas para três dimensões. A avaliação da metodologia pode ser aplicada a outras modalidades de imagens médicas, tais como Ultra-som e Medicina Nuclear, nas quais o elevado nível de ruído é um fator limitante.

Finalmente, torna-se necessário investigar novas funções de energia que definam mais adequadamente a figura de mérito, de modo a minimizar os erros de classificação.

Agradecimentos

Este trabalho foi apoiado pela Fundação E. J. Zerbin, INPE, CNPq, CAPES e FAPESP.

Referências

- Chakraborty, A.; Staib, L. H.; Duncan, J. S. (1996). Deformable boundary finding in medical images by integrating gradient and region information. *IEEE Transactions on Medical Imaging*; v. 15, n. 6, p. 859-870.
- Chalana, V.; Kim, Y. (1997) A methodology for evaluation of boundary detection algorithms on medical images. *IEEE Transaction on Medical Imaging*, v. 16, n. 5, p. 642-652, Oct.
- Furuie, S. S.; Jara, G. E.; Rebelo, M. S.; Melo, C. P. (1996). Segmentação do ventrículo esquerdo cardíaco usando modelo de expansão de balão, *Revista Brasileira de Engenharia - Caderno de Engenharia Biomédica*, v. 12, n. 3, p. 99-107.
- Garrido, G. E. J.; Furuie S. S.; Frery, A. C. (1998). *Refinamento da segmentação 2D do ventrículo esquerdo em imagens de ressonância magnética baseado em "simulated annealing"*. PhD thesis, INPE.
- Gonzalez, R. C.; Woods, R. (1992). *Digital Image Processing*. Third Edition, Addison Wesley.
- Li, S. Z. (1995). *Markov Random Field Modeling in Computer Vision*. New York, Tosiyasu L. Kunii.
- Park J.; Metaxas D.; Axel, L. (1996). Analysis of left ventricular wall motion based on volumetric deformable models and MRI-SPAMM. *Medical Image Analysis*, v.1, n. 1, p.53-72, Mar.
- Rangayyan, R. M.; Elkadiki, S. G. (1995). Algorithm for the computation of region-based image edge profile acutance. *Journal of Electronic Imaging*. v. 4, n. 1, p. 62-70, Jan.
- Shen L., Rangayyan R. M. A. (1997). Segmentation-based lossless image coding method for high resolution medical image compression. *IEEE Transactions on Medical Imaging* v. 16, n. 3, p. 301-307.
- Staib, L. H.; Duncan, J. S. (1996). Model-based deformable surface finding for medical images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, v. 15, n. 5, p. 720-731, Oct.
- Udupa, J. K., Samarasekera, S. (1995). Fuzzy connectedness and object definition, *SPIE* v. 2431, p. 1-11.
- Udupa, J. K.; Odhner, D.; Samarasekera, S.; Goncalves, R.; Iyer, K.; Venugopal, K.; Furuie, S. (1994). *3DVIEWNIX: an open, transportable, multidimensional, multimodality, multiparametric imaging software system*, SPIE v. 2164, p. 58-73.